2年教科書　**６章　確率**

〈この章で学習することがら〉

さいころの目の出方のように、偶然に左右されることがらの起こりやすさについて、**実験**によって調べたり、**計算**で求める方法を考えましょう。

1節　確率

確率とは・・結果が偶然に左右される実験や観察を行うとき、
あることがらが起こると期待される程度を数で表したものを
そのことがらが起こる**確率**という。

1 ことがらの起こりやすさ

◎実験での調べ方◎

教科書P158

Q　1つのペットボトルキャプを投げるとき、『表向きになる』場合と、『それ以外になる』場合ではどちらが起こりやすいか調べてみよう。

『表向きになる』ことが起こる確率を、実験によって調べてみよう。

P158　問1

投げた回数	表向きになった回数	表向きになる割合	それ以外になった回数	それ以外になる割合
200	43	0.215	157	0.785
400	78	0.195	322	0.805
600	124	0.207	476	0.793
800	163	0.204	637	0.796
1000	202		798	
1200	248		952	
1400	297		1103	
1600	334		1266	
1800	379		1421	
2000	422		1578	

$$『表向きになる』割合 = \frac{表向きになった回数}{投げた回数}$$

$$『それ以外になる』割合 = \frac{それ以外になった回数}{投げた回数}$$

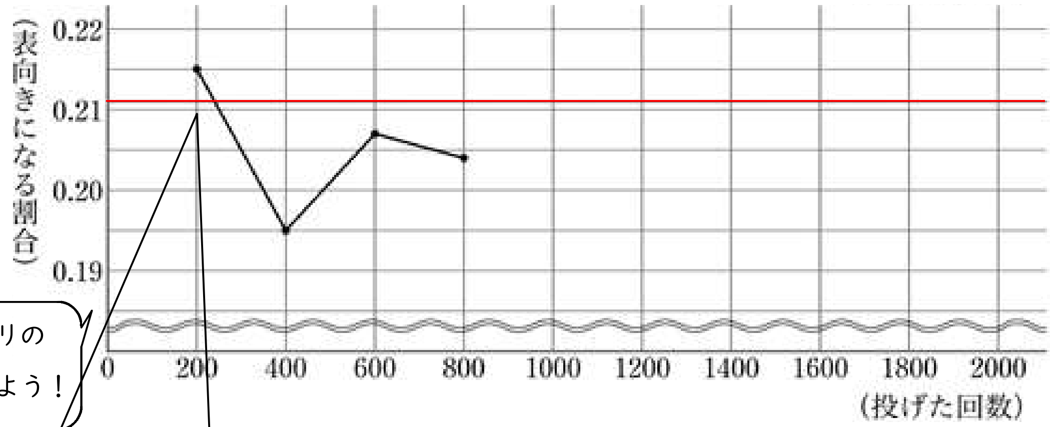
ここで考えよう！

投げた回数が多くなると、それぞれの割合はどうなっていく？

⇩

数字だけ見てもわかりにくいので、グラフにして目に見える形で確認してみよう

P159　問2 『表向きになる割合』についてグラフにしよう



縦軸のひとメモリの大きさに注意しよう！

問2の赤い線（プリントでは赤で書いていないので教科書で確認しよう）に示された値は、問1で表向きになる割合が、投げた回数が多くなるにしたがって近づく値のことだとわかるね。

ここでいう　『表向きになる割合』は『表向きになる相対度数』のことである。

さて、相対度数ってなんだっけ？

復　相対度数とは**合計に対する割合**のこと

$$（相対度数）= \frac{(その階級の度数)}{(度数の合計)}$$

ここで　(度数の合計)は『投げた回数』をさし、

(その階級の度数)は『表向きになった回数』のこと

$$(表向きになる相対度数) = \frac{(表向きになった回数)}{(ペットボトルキャップを投げた回数)}$$

実験からわかること

　ペットボトルキャップを投げる実験を多数回くり返すとき、表向きになる相対度数はある**値**に限りなく近づいていくことがわかる。

この**値**が、このことがらの起こる**確率**となる。

ということは・・実験によって確率を求めようとするときは、同じ実験や観察を

　　多数回繰り返すことが必要で、その回数が**多ければ多いほど**正確な値に近づく。

P160　問5をノートにやってみよう

ヒント　1つのさいころを投げる実験で、1の目が出る確率を求めるには、

投げた回数が多ければ多いほど正確な値に近づくのだから、

投げた回数2000回のときの1の目が出る相対度数を答えればよい。

2 確率の求め方

◎計算で求める方法◎

ペットボトルキャップを投げる場合では『表向きになること』と『それ以外になること』は同じ程度に期待できなかった。

それに対して

さいころを投げる場合は、1の目、2の目、3の目・・、6の目　のどの目が出ることも同じ程度に期待できる。

このさいころ1ばかり出るよ‥
なんてインチキなさいころじゃなければね。

このようなとき、どの結果が起こることも**同様に確からしい**という。

日本語として違和感があるかもしれないね。
でも確率を計算で求めるためには非常に重要なことばです！！

起こることがらすべてが『同様に確からしい』ときに限って、確率は計算で求めることが出来る。

確率の求め方

ある実験、または観察を行うとき、起こりうる場合が全部で n 通りあり、どの場合が起こることも同様に確からしいとする。

そのうち、ことがらAの起こる場合が a 通りあるとき、

Aの起こる確率 p は・・

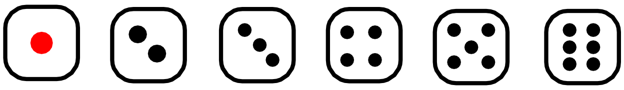
$$（\text{Aの起こる確率}）=\frac{(A\text{の起こる場合})}{(\text{起こりうるすべての場合})}$$

$$p=\frac{a}{n}$$

で求めることが出来る。

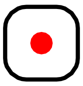
〈例〉　1つのさいころを投げて　1の目が出る　確率を求めてみよう。

この問題で【起こりうるすべての場合】とは、「1つのさいころを投げる」ことで起こりうる目の出方すべての場合のことであるから、目の出方は全部で



の6通り

そのうち　【1の目が出る場合】は



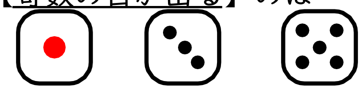
の　1通り

よって、求める確率は　$\frac{1}{6}$　となる。　　　答　$\frac{1}{6}$

〈例〉　1つのさいころを投げて　奇数の目が出る　確率を求めてみよう。

この問題の起こりうるすべての場合は上の問題と同じなので全部で6通り

そのうち　【奇数の目が出る】のは



の　３通り

よって、求める確率は　$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$　となる。

当然約分するよ！

答　$\frac{1}{2}$

P162〈例1〉教科書を読もう！

理解出来たら、続いて　たしかめ２、問1をやってみよう。

解答は教科書解答プリントにあるから自分で答え合わせをしよう。

ここで考えよう!

問1をやっていて「あれ？」と思いませんでしたか？

(2)では、【ひいたカードがジョーカーである】・・・ジョーカーを除く52枚のトランプのはず・・

ということは！【ひいたカードがジョーカーである場合】は　0通り！

だから　求める確率は　$\frac{0}{52}=0$　　　0　なんて確率あるんですね。

さらに(3)では【ひいたカードがハートかダイヤかクラブかスペードのどれか】・・・全部だ・・

ということは！【ひいたカードがハートかダイヤかクラブかスペードのどれか】は　52通り！

だから　求める確率は　$\frac{52}{52}=1$　　　確率が　1　というのもあるんです。

まとめてみると・・

あることがらの起こる確率を p とすると、p のとりうる値は
つねに　　$0 \leqq p \leqq 1$　の範囲にある
かならず起こることがらの確率は　1
決して起こらないことがらの確率は　0　である

さて、ここからは、起こりうる場合を全部漏れなく数えあげる方法を学びましょう。

【１つのさいころを投げる】とか、例1のように【1から10までの数を1つずつ記入した10枚のカードから1枚をひく】とか、【ジョーカーを除いた52枚のトランプから1枚をひく】などについては、その結果　起こりうるすべての場合が何通りになるかは、すぐにわかると思います。
ちなみに答えは【6通り】、【10通り】、【52通り】ですね。

ところが、確率を難しいと感じたり、苦手だと思う人は、
この【起こりうるすべての場合】が何通りになるかを正確に数えられないことに主な原因があることが多いように思います。
上のようなさいころ１つとか、カードから1枚ひくなどは良いのですが、問題は投げるさいころが２つになったり、トランプからひくカードの枚数が2枚になったりと、単純にすべての場合が何通りになるかすぐにはわからないようなときです。

でも、中学校段階の確率の問題では、地道に数え上げることが出来る範囲のものを扱っているので、その数え上げ方や、ちょっとした条件の違いの区別がつけば大丈夫です！

2枚の硬貨

1枚の硬貨を投げると、起こり方は【表が出る】場合と、【裏が出る】場合の
2通りがあります。
では、2枚の硬貨を同時に投げるとどのような起こり方があるでしょう。

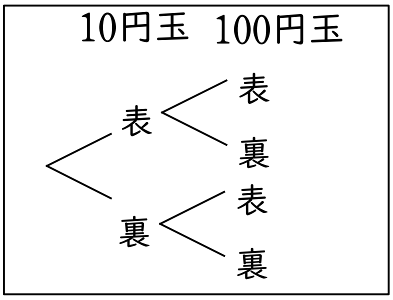
◎この2枚の硬貨が1枚は10円玉、もう1枚は100円玉として考えてみましょう。

10円玉だけ見ると、起こり方は【表】と【裏】の2通り。100円玉だけ見ても、
起こり方は【表】と【裏】の2通りです。

では、これら2枚の硬貨を同時に投げると

10円玉が【表】で100円玉も【表】の場合、
10円玉が【表】で100円玉は【裏】の場合、
10円玉が【裏】で100円玉は【表】の場合、
10円玉が【裏】で100円玉も【裏】の場合　　の4通りとなります。

これをいちいち書くのは大変なので、簡単に見やすくした図が**樹形図**です。



◎　ここで、もしこの2枚の硬貨が2枚とも10円玉だったらどうでしょう？

教科書P163のように考える人が多いでしょう。P163を読んでみましょう。

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

実は、2枚の硬貨が2枚とも同じ10円玉だったとしても、実際10円玉は
１つではなく、２つあるのだから、それぞれ別物として扱う必要があります。
そこで教科書P164のように、硬貨ア、硬貨イのように<u>**必ず区別して**</u>数えあげます。

教科書P164　たしかめ３、問2をノートにやりましょう。

解答は解答プリントで。答え合わせまでしましょう。

間違っていたら解き直し！

3 いろいろな確率

順列と組合せ

教科書にはこのことばは出てきませんが、知っていると便利なのでちょっとだけ学習してみましょう

例えば、P164の問2とP165の例1を比べてみると、

どちらもAさん,Bさん,Cさん,Dさん　の4人が登場し、

その中から2人を選ぶという場面です。

問2では　その選ばれる2人には役職があって、『班長』、『副班長』の区別がついています。

それに対して、

例1では、選ばれる2人は2人とも『当番』となっています。

この違いが〔順列〕と〔組合せ〕です。

役職などの区別がついている方が〔順列〕で、区別がつかない方が〔組合せ〕です。

例えば　A,B,C,D4人の中からAとBの2人が選ばれたとしましょう。

問2では、Aが『班長』でBが『副班長』の場合と、

Bが『班長』でAが『副班長』の場合

の２通りあります。これが〔順列〕です。

一方　例1では、AとBが『当番』の場合と、

BとAが『当番』の場合

はどちらも同じことを表しているので１通りと考えます。

AとBの組という意味で　これが〔組合せ〕です。

教科書P165〈例1〉えんぴつマーク(1)(2)、たしかめ１をやってみましょう。

ヒント　この２つの問題はどちらも〔組合せ〕の問題です。

大小2つのさいころ

大小2つのさいころを投げるとき、目の出方は全部で何通りあるでしょう。

ここで、「大小２つのさいころ」としていますが、ただ「２つのさいころ」となっていても、結果は同じです。硬貨のときと同じく、２つのさいころは同じ大きさだとしても、物理的に区別する必要があるからです。

表を作成して数え上げる

{小の目，大の目} とする

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	{1，1}	{1，2}	{1，3}	{1，4}	{1，　}	{1，　}
2	{2，1}	{2，2}	{2，3}	{2，4}	{2，　}	{2，　}
3	{3，1}	{3，2}	{3，3}	{3，4}	{3，　}	{3，　}
4	{4，1}	{4，2}	{4，3}	{4，4}	{4，　}	{4，　}
5	{　，1}	{　，2}	{　，3}	{　，4}	{　，　}	{　，　}
6	{　，1}	{　，2}	{　，3}	{　，4}	{　，　}	{　，　}

空欄を埋めてみよう

2つにさいころを投げたとき、

目の出方は全部で $6\times6=36$　36通りとなる

小6通りの1通りずつに対して
大6通りずつ

今後何度も【２つのさいころを投げたとき】という問題が出て来ます。
2つのさいころを投げたとき目の出方は全部で36通りとなることは覚えておくと良いですね

P166〈例2〉大小2つのさいころを投げるとき、出た目の数の和が５となる確率を求めなさい。

解答　大小2つのさいころを投げるとき、起こりうる場合は　前のページで示した通り全部で36通り

そのうち、出た目の和が５となるのは

{1，4}、{2，3}、{3，2}、{4，1}　の4通り

したがって　求める確率は　$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$　　　答　$\frac{1}{9}$

教科書P166　たしかめ２、問1をノートにやってみよう。

あることがらが起こらない確率

（あることがらが起こらないことを難しいことばで**余事象**といいいます。）

教科書P167

Q　大小2つのさいころを投げるとき、出た目の数の和が５にならない確率を求めてみよう

解答

目の出方は全部で36通り

そのうち出た目の数の和が５にならないのは

{1，1}{1，2}{1，3}{1，5}{1，6}
{2，1}{2，2}{2，4}{2，5}{2，6}
{3，1}{3，3}{3，4}{3，5}{3，6}
{4，2}{4，3}{4，4}{4，5}{4，6}
{5，1}{5，2}{5，3}{5，4}{5，5}{5，6}
{6，1}{6，2}{6，3}{6，4}{6，5}{6，6}　　の 32 通り

したがって求める確率は　$\frac{32}{36}=\frac{8}{9}$

答　$\frac{8}{9}$

この求め方でも良いのですが・・・

【出た目の数の和が５にならない場合の数】を数えるのは大変でしたね。
そこで【出た目の数の和が５にならない】の反対、すなわち
【出た目の数の和が５になる】場合の数を数えて【すべての場合の数】から
引けば同じ値が出て来ます。
なぜなら、【すべて】の場合の数は出た目の数の和は
【５になる】か【５にならない】かのどちらか一方だけだから。

$$\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5にならない場合の数}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5になる場合の数}\end{pmatrix}$$

両辺を $\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}$ で割ると

$$\frac{\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5にならない場合の数}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}}=\frac{\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}}-\frac{\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5になる場合の数}\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}\text{すべての}\\\text{場合の数}\end{pmatrix}}$$

すなわち

$$\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5にならない確率}\end{pmatrix}=1-\begin{pmatrix}\text{出た目の数の和が}\\\text{5になる確率}\end{pmatrix}$$

別解

出た目の数の和が５になる確率はP166〈例2〉で $\frac{1}{9}$ とわかっているから

出た目の数の和が5にならない確率は

$$1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$ となる。

答 $\frac{8}{9}$

ことがらAの起こらない確率

（Aの起こらない確率）＝1－（Aの起こる確率）

教科書P167　たしかめ３、問2をノートにやりましょう。

$\boxed{\text{少なくとも～}}$

問2　の中に【少なくとも1枚は裏が出る】ということばが出て来ました。

これってどういう意味でしょう？

【3枚のうち、少なくとも1枚が裏】とは、

【1枚が裏で、他の2枚は表】の場合か、
【2枚が裏で、もう1枚は表】の場合か、
【3枚とも裏】の場合　　　　　　　　　　である。

言い換えると【3枚とも表にはならない】場合のことである。

このように言い換えることが出来れば、余事象、【3枚とも表になる】の反対なので

（3枚とも表にならない確率）＝1－（3枚とも表になる確率）で求めることが出来ます。

④〉 確率による説明

　ことがらの起こりやすさを確率をもとにして説明してみよう。

教科書P168

Q　「残り物には福がある」って本当？

　P168のQからよく読んで、問1、P169の問2をノートにやってみましょう。

Qでは【くじ引き】が登場しました。このアイテムも確率の問題によく出て来ます。
注意することは　くじ引きには【あたり】と【はずれ】が出ますが、
　教科書の問題のように
　5本のうちの　3本が【あたり】で　2本が【はずれ】である場合、
　【あたり】の3本は　以前出てきた10円玉2枚のように
　　3本は別々のものとして
　　【あたり①】【あたり②】【あたり③】と**区別して**数えていきましょう。

P170　基本の問題、P172,173の章の問題A、Bもノートにやりましょう。

さらにリピートで理解度を確認しましょう。

当然　答え合わせをして、間違えた問題は解き直しノートに何度も**出来るまで**、**わかるまで**やりましょう！