加法の計算法則

$(+3)+(-9)+(+7)$ を計算するときにどのように計算したら楽に、計算ミスがなくできるでしょうか。

小学校で学習したことを思い出してみましょう。

$$3+9+7$$

この計算は皆さんだったらどのように計算するでしょう

左から計算する人もいるかと思いますが、

$$\begin{aligned}&3+9+7\\&=3+7+9\\&=10+9\\&=19\end{aligned}$$

と計算する人もいるのではないでしょうか。

このように加える数と加えられる数を入れ替えても和は変わりません。

この法則を　加法の交換法則　といいます。

また

$$\begin{aligned}&3+9+7\\&=9+\boxed{3+7}\\&=9+10\\&=19\end{aligned}$$

こんな風に計算をすることができます。

交換法則を使ったあと、後ろの $3+7$ から計算していますね。これも和は変わりません。

この法則を　加法の結合法則　といいます。

まとめると、

> 加法の交換法則
>
> $$○+□=□+○$$
>
> 加法の結合法則
>
> $$○+(□+△)=(○+□)+△$$

むやみやたらに使うのではなく、計算を楽にするために使いましょう。

例　$(+3)+(-8)+(+7)+(-5)$ を計算しなさい。

$(+3)+(-8)+(+7)+(-5)$

加法の交換法則を使って並べ替え

$=(+3)+(+7)+(-8)+(-5)$

$\left(=\{(+3)+(+7)\}+\{(-8)+(-5)\}\right)$ 加法の結合法則を使って＋と－を分けて計算（慣れてきたら省略可）

$=(+10)+(-13)$

$=-3$

このように＋と－を分けて計算しておくとミスは起こりにくい

例　$(+6)+(-18)+(-6)$ を計算しなさい。

$(+6)+(-18)+(-6)$

加法の交換法則を使って並べ替え

$=(+6)+(-6)+(-18)$

$=\{(+6)+(-6)\}+(-18)$

$=0+(-18)$

$=-18$

このように、０になる部分を作って計算することも有効

教科書ｐ２１　問３

(1) $(+5)+(-9)+(-7)+(+6)$　　(2) $(-8)+(+5)+(-3)+(+8)+(-1)$

加法と減法の混じった計算

小学校では、$9-6$ のような計算を学習してきました。しかし、$6-9$ のような計算はできませんでした。正負の数を学習した今は

$$
\begin{aligned}
&6-9\\
&=(+6)-(+9)\\
&=(+6)+(-9)\\
&=-3
\end{aligned}
$$

始めにこのように考えても大丈夫

$$
\begin{aligned}
&=(+6)+(-9)\\
&=-3
\end{aligned}
$$

と加法に直して計算できるようになりました。

教科書ｐ２５　たしかめ１

(1) $4-7$　　(2) $-3-5$

加法と減法の混じった式でも同じことができます。

$4-7+9-5$　この式も加法に直して計算しよう。

$$
\begin{aligned}
&=(+4)-(+7)+(+9)-(+5)\\
&=\boxed{(+4)+(-7)+(+9)+(-5)}\\
&=(+4)+(+9)+(-7)+(-5)\\
&=(+13)+(-12)\\
&=-1
\end{aligned}
$$

のように計算できます。しかし、ちょっと面倒ではないでしょうか。

ここで元の式と変形した式を見比べてみましょう。

元の式	$4\quad -7\quad +9\quad -5$
変形した式	$(+4)+(-7)+(+9)+(-5)$
	$(+4)\quad(-7)\quad(+9)\quad(-5)$
	$+4\quad -7\quad +9\quad -5$

変形した式の加法の＋と（）をとると元の式の数が残りませんか。

更に先頭の $+4$ の＋をとれば元の式と一致します。

このように、和で結ばれた数一つひとつを　<u>項</u>　といいます。

今回の式の項は

$+4$と-7と$+9$と-5 です。

教科書ｐ２６　たしかめ１

(1) $-6+2-7$　　　(2) $2-3-6$

教科書ｐ２６　問１

(1) $(-3)+(+8)-(+4)$　　(2) $(-5)-(-2)+3$　　(3) $-4+(-6)-7-(-9)$

話を戻すと今まで加法に戻してからの計算は　**項の和**（項どうしの足し算）
と考えて計算することができるようになりました。

$$\begin{aligned} &4-7+9-5 \\ &=4+9-7-5 \\ &=13-12 \\ &=1 \end{aligned}$$

先頭の＋は省略されているよ

たしかめ３

(1) $6-8+7-3$　　(2) $-4+12-9$

さて、そうするとこんな問題も出てきます。

$-17-(-25)+3+(-14)$ を計算しなさい。

面倒なところは（）がついている数とそうでない数が混じっているところです。

式全体を（）がついていない形つまり、項を並べた形にしましょう。

$$\begin{aligned}
&-17-(-25)+3+(-14)\\
=&-17+(+25)+3+(-14)\\
=&-17\quad+25\ +3\quad-14\\
=&-17-14+25+3\\
=&-31+28\\
=&-3
\end{aligned}$$

$-17-(-25)$・・・
$=-17+(+25)$・・・
減法は符号を変えて足すことと同じ

加法の＋と（）を外した

加法の交換法則

加法の結合法則

さて式が長くなってきました。小学校の計算で苦い思いをした人もいるでしょう。面倒になって途中式を飛ばす人をよく見ます。しかし、途中式こそしっかり書いて丁寧に計算することができるようになる近道です。何を間違えて何を直せば良いのか確認できるのは途中式だけです。しっかり書いて計算しましょう。

教科書ｐ２７　たしかめ４

(1) $-3-(-5)+2+(-1)$　　　(2) $7+(-6)-4-(-9)$

問２

(1) $-5+3-2+6$

(2) $2-8+7-2+4$

(3) $3-8-(-7)$

(4) $-17-(-26)+0-19$

(5) $12-18-(-21)-11$

(6) $15-(-32)+(-19)-36$

問３

(1) $1.3-2.4-0.5$

(2) $5.3+(-6.1)-(-3.4)$

(3) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}$

(4) $-\frac{5}{6}-\left(+\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}$

３節乗法と除法　１乗法

乗法・・・かけ算のこと（積　乗法の結果）

正負の数の乗法

かける数の符号	符号	絶対値
同符号(＋＋，－－)	＋	絶対値の積
異符号(＋－)	－	絶対値の積

教科書ｐ３１たしかめ１

(1) $(+2)\times(+3)$　(2) $(+12)\times(+6)$　(3) $(-6)\times(-5)$　(4) $(-11)\times(-5)$

たしかめ２

(1) $(+5)\times(-7)$　(2) $(+13)\times(-3)$　(3) $(-6)\times(+2)$　(4) $(-4)\times(+12)$

問６

(1) $(-8)\times(-3)$　(2) $(+8)\times(+10)$　(3) $(+7)\times(-8)$　(4) $(-9)\times(+7)$

(5) $(-7)\times(+2)$　(6) $(-11)\times(-6)$　(7) $(+15)\times(+4)$　(8) $(+17)\times(-2)$

問７

(1) $(+2.1)\times(-0.7)$

(2) $\left(-\dfrac{3}{7}\right)\times\left(-\dfrac{5}{2}\right)$

(3) $\left(-\dfrac{5}{6}\right)\times(+9)$

(4) $\left(-\dfrac{3}{4}\right)\times\left(-\dfrac{4}{9}\right)$

-1 との積

下の数を -1 とかけたとき元の数と比べて何が起こっているかを考えましょう。

① $+3$　② -3　③ $+5$　④ -5

計算すると

① -3　② $+3$　③ -5　④ $+5$

と計算できます。

元の数と比べると

すべて符号が逆（＋→－，－→＋）になって絶対値は変わっていません。

つまり、　-1 をかけるとその数の符号が変わる　ということです。

符号が変わるということで計算で何か思い出した人もいるでしょうか。

減法の計算は

$$\begin{aligned} &(+9)\ \boxed{-(-5)} \\ =\ &\ 9\quad\ \boxed{+5} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} &(+9)\ \boxed{-(+5)} \\ =\ &\ 9\quad\ \boxed{-5} \end{aligned}$$

のように計算ができました。

囲った部分の似たようなことが起きていませんか。

実は、$-(-5)$ や$-(+5)$は $(-1)\times(-5)$，$(-1)\times(+5)$ と同じことです。

$\boxed{\text{つまり減法の}-\text{は}-1\text{をかけていることと同じです}}$

教科書ｐ３２◦ たしかめ３

(1) $-(-5)$　　(2) $-(+2)$

問８　補足　$6<8$ は今まで通りでよくわかっていると思います。それに -1 をかけた数 $(-1)\times(+6)=-6$　と $(-1)\times(+8)=-8$では不等号を使って大小をどのように表されますか。表すことは簡単ですね。注目してほしい部分は不等号の向きです。どのようになっていますか。

また、$(+3)\times(+1)=+3, (-3)\times(+1)=-3$，$(+3)\times 0=0$, $(-3)\times 0=0$ のように

どんな数に$+1$ をかけても積は元の数と同じになる。
どんな数に 0 をかけても積は必ず 0 になる。

乗法の計算法則

加法でもやったように、$(-6)\times 9\times(-5)$ を計算するときにどのように計算したら楽に計算できるでしょうか。

左から計算しても良いですが、小学校で学習した計算法則が成り立つかを加法のときと同じように試してみましょう。

$6\times 9\times 5$ であれば

$$
\begin{aligned}
&6\times 9\times 5\\
&=6\times 5\times 9\\
&=30\times 9\\
&=270
\end{aligned}
$$

と数の並びを入れ替えて計算していました。

予想がついている人もいると思いますが、これは正負の数になっても使うことができます。

$$
\begin{aligned}
&(-6)\times 9\times(-5)\\
&=(-6)\times(-5)\times 9\\
&=30\times 9\\
&=270
\end{aligned}
$$

このようにかけられる数とかける数を入れ替えても積は変わりません。

このことを　**乗法の交換法則**　という。

また、

$$
\begin{aligned}
&(-6)\times 9\times(-5)\\
&=9\times\{(-6)\times(-5)\}\\
&=9\times 30\\
&=270
\end{aligned}
$$

このように左からでなくどこから計算をしても積は変わりません。

このことを　**乗法の結合法則**　という。

まとめると、

乗法の計算法則

乗法の交換法則

○×△＝△×○

乗法の結合法則

（○×△）×□＝○×（△×□）

が乗法において成り立つ。

加法のときと同様に法則を利用して楽に計算してみましょう。

例 $(-15)\times13\times(-2)$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned}&(-15)\times13\times(-2)\\=&(-15)\times(-2)\times13\\=&30\times13\\=&390\end{aligned}$$

乗法の交換法則を使って
順序を入れ替える

計算のコツ

計算したときに１０，２０・・・や１００・・・
などきりが良い数を作ることを意識しよう。

教科書ｐ３３　たしかめ４

(1) $(-5)\times17\times(-2)$

(2) $(-4)\times(-9)\times25$

問１０

(1) $3\times(-125)\times(-8)$

(2) $(-12)\times45\times\dfrac{1}{6}$

乗法の符号の決め方

計算法則を使って楽に計算ができるようになったということですが、
符号をもっと楽に決めることができないでしょうか。考えてみましょう。
下の式を計算して比べてみましょう。

① $1\times2\times3\times4$　　② $(-1)\times2\times3\times4$

③ $(-1)\times2\times(-3)\times4$　　④ $(-1)\times(-2)\times3\times(-4)$

どうでしょうか。計算した結果を見比べると絶対値はすべて等しく２４であることが分かります。では、符号はどう決まっているのでしょうか。
それぞれの式にある－の数と符号を考えてみましょう。
①は０個で「＋」　②は１個で「－」　③は２個「＋」　④は３個「－」

すると、

> －の数が奇数のとき積の符号は－になり
> －の数が偶数のとき積の符号は＋になる。

なぜかというと、
－が2個のときは－と－の積で＋になるすると

なので、正負の数の乗法を計算するときは先に符号を決めてから絶対値の計算をすると計算しやすくなる。

例(1) $\underline{(-2)}\times\underline{(-8)}\times 2\times\underline{(-4)}\times\underline{(-5)}$

$=+(2\times 8\times 2\times 4\times 5)$

$=+(8\times 2\times 4\times 2\times 5)$

$=+(8\times 8\times 10)$

$=640$

－　が４個なので符号は＋

乗法の交換法則や結合法則を使って計算を楽にすることを忘れず

(2) $\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-8)\times\left(-\frac{7}{4}\right)$

$=-\left(\frac{1}{6}\times 8\times\frac{7}{4}\right)$

$=-\left(\frac{1}{\cancel{6}_{3}}\times\overset{1\ 2}{\cancel{8}}\times\frac{7}{\cancel{4}_{1}}\right)$

$=-\left(\frac{1}{3}\times 1\times 7\right)$

$=-\frac{7}{3}$

－　が３個なので符号は－

教科書ｐ３４　問１１

(1) $2\times(-3)\times 9$

(2) $(-6)\times(-3)\times 8$

(3) $(-2)\times(-7)\times 5\times(-4)$

(4) $\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-6)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$

累乗の表し方

突然ですが 2×3 はどのようなことを省略したものか知っていますか。
$2+2+2$ を省略して表したものが 2×3 です。同じ数を何個か足すことを省略しています。
さて、では $2\times2\times2$ のように同じ数を何個かかけたものを省略する表し方はないのかといことがこの後の話題になります。

$2\times2\times2=2^3$ と表し、　２の３乗

$5\times5=5^2$　と表し、　５の２乗

このように、同じ数をいくつかかけたものをその数の　累乗

右かたに小さく書いた数を　指数　という。指数はかけた数の個数を表している。

特に、２乗のことを　平方　３乗のことを　立方　という。
きっと皆さんが見たことのある　平方センチメートル cm^2　や
立方センチメートル cm^3　などはこの平方や立方と同じ意味です。

累乗を表していくときの注意

例(1) $(-2)\times(-2)\times(-2)=(-2)^3$

負の数や分数のときは、
（）をつけて累乗を表す。

(2) $0.5\times0.5=0.5^2$

(3) $\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\left(\dfrac{3}{5}\right)^2$

教科書ｐ３５　たしかめ５

(1) $7\times7\times7\times7$　(2) $(-4)\times(-4)$　(3) $(-0.3)\times(-0.3)$　(4) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

また累乗の計算をしましょう。どの数を何回かけているのか指数ともとになる数をよく見ましょう。

例(1) $(-3)^2=(-3)\times(-3)$

$=9$

-3を2回かける

(2) $-3^2=-3\times3$

$=-9$

3を2回かける

どの数をかけるのかをはっきりさせましょう。すぐ左下にある数をかけましょう。

(3) $2\times3^2=2\times3\times3$

$=2\times9$

$=18$

3を2回かける

(4) $(2\times3)^2=6^2$

$=36$

$3\times2=6$を2回かける

こちらも同じようにすぐ左下にある数をかけましょう。

その上で

(5) -4^2　　(6) (-4^2)

これは違いがあるでしょうか。

どちらも左下にある数は4ですね。なので計算すると

(5)　-4^2

$=-4\times4$

$=-16$

(6)　(-4^2)

$=(-16)$

$=-16$

と同じになります。左下にある数をよく見るようにしましょう。

教科書ｐ３５　たしかめ６

(1) $(-1)^2$　(2) -5^2　(3) $(-3)\times2^2$　(4) $(2\times4)^2$

問１２

(1) $(-2)^3$　(2) $3\times(-4^2)$　(3) $(-6)\times(-1)^3$　(4) $(-2)^2\times5^2$