3年　1章　多項式　（3）

3節　式の計算の利用

この節では展開や因数分解を利用して、いろいろな問題を考えてみよう。

Ⅰ　式の計算の利用

P29〈例1〉計算のくふう

25と15の2乗の差だから
公式4’で和と差の積に
因数分解出来るね。

(1)　25^2-15^2

$=(25+15)\times(25-15)$

$=40\times10$

$=400$

101は100と1の和だから
公式2の和の平方を展開すれば
良いね。

(2)　101^2

$=(100+1)^2$

$=100^2+2\times100\times1+1^2$

$=10000+200+1$

$=10201$

（1），（2）とも筆算しないで、展開公式、因数分解の公式を利用することによって楽に速く計算することが出来る。

やってみよう

P29　たしかめⅠ、問1

問1は【式の値】だね。
単純に文字に代入してはダメだよ。

【式の値】　解法のコツ

○代入する箇所を極力少なくする

○代入した後の計算が簡単になるようにしたい

（ヒントはこのプリントP4）

P30　〈例2〉図形への利用　&　等式の証明

【等式の証明】　解法のコツ

結論　$A=B$

証明　$A=C$　・・・①

$B=C$　・・・②

①、②より

$A=B$

ここで C とは問題文にある仮定から式を作り、変形していくことで得られる。

よくある間違い

結論　$A=B$

証明　$A=B$

$C=C$

よって $A=B$

結論からはじめているのはNG

等式の両辺を変形している。

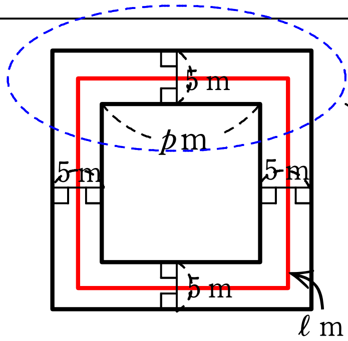
「等しくなる」ことを証明するのに『等式ありき』じゃダメ！

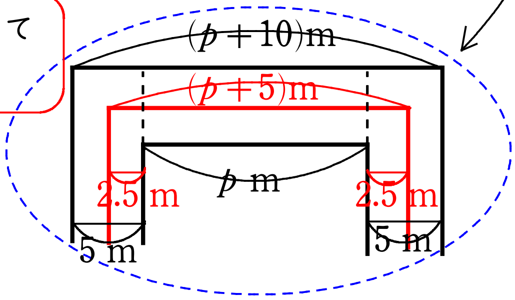
あらためて・・〈例2〉

右の図のような 2つの正方形にはさまれた道があります。この道の面積を $S\mathrm{m}^2$，道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とするとき

$S=5\ell$

となります。このことを証明しなさい。





S でもℓでもない文字を使って表すことを考えよう。

〈結論〉　$S=5\ell$

〈証明〉

内側の正方形の1辺の長さを pm とする。

(左辺)＝ $S=(p+10)^2-p^2$

$=p^2+20p+100-p^2$

$=20p+100$　・・・①

一方

$\ell=4(p+5)$

$=4p+20$

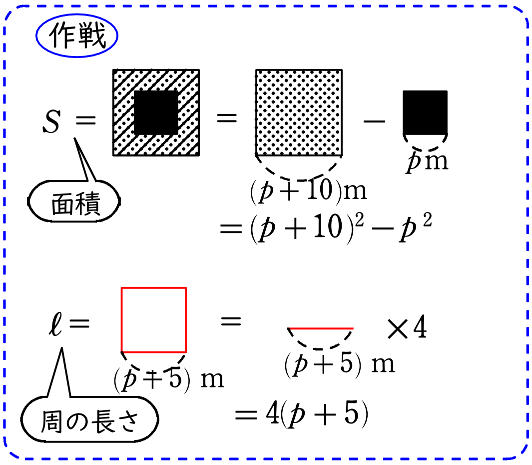
右辺を変形するための準備

(右辺)＝ $5\ell=5(4p+20)$

$=20p+100$　・・・②

①，②より

$S=5\ell$　(証明終)



やってみよう

P30　問2　　（P5にヒントあり）

P31　学び合い　**数の性質の証明**

文字式を使って数の性質の証明をしよう。

Q
１と３、３と５などのように、２つの続いた奇数がある。
2つの続いた奇数の積に1を加えるとどんな数になるでしょう。

教科書P31①　どんな数になるか、具体例をあげて計算し、その結果から予想してみよう。

次のページにはゆうとさんとさくらさんの予想が示されています。

③，④をやってみましょう。

その前に・・準備・・

㊋　文字を使ったいろいろな数量の表し方

整数を n とおく

2つの続いた整数
$n, n+1$

3つの続いた整数
$n-1, n, n+1$

2の倍数(偶数)
$2n$

3の倍数
$3n$

5の倍数
$5n$

⋮

2つの続いた偶数
$2n, 2n+2$

奇数(2で割ると1余る数)
$2n+1$ 又は $2n-1$

2つの続いた奇数
$2n-1, 2n+1$

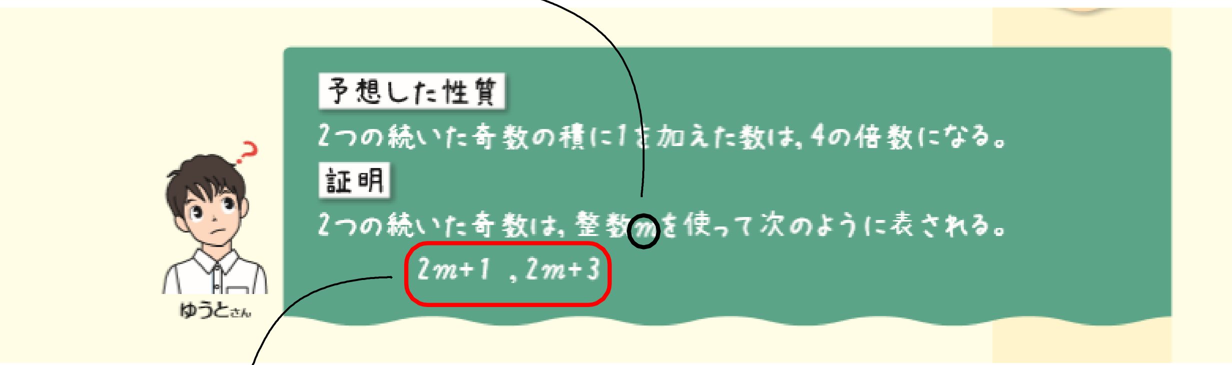
十の位を x、一の位を y とする

2けたの自然数
$10x+y$

百の位 x,十の位 y,一の位 z

3けたの自然数
$100x+10y+z$

教科書のゆうとさんは m を使っているね。



2つの続いた奇数の表し方も若干違っています。

詳しくは教科書P36の数学マイノートを熟読しよう。

やってみよう

P33　章の問題Ａ　６、P34　章の問題Ｂ　３，４

ヒントコーナー

P29　たしかめ１　次の式を、くふうして計算しなさい。

(1)　68^2-32^2　　(2)　98^2　　(3)　47×53

(1)　68^2-32^2

68と32の2乗の差だから和と差の積に因数分解しよう。

この2数の一の位に注目すると、8と2だから足すと一の位が０になるので計算しやすくなる。

$$\begin{aligned}68^2-32^2&=(68+32)\times(68-32)\\&=100\times36\end{aligned}$$

(2)　98^2

2乗の計算はなるべく実質ひとケタで計算したいから、

98が何十、何百に近いか考えてみると・・90にも近いけど、100がより近いね。

98＝100−2と置き換えて計算してみよう。

$$\begin{aligned}98^2&=(100-2)^2\\&=100^2-2\times100\times2+2^2\end{aligned}$$

具体的な数になっても差の平方の展開公式を使う！！

両はじ2乗、真ん中かけて２倍

(3)　47×53

こちらも47と53がそれぞれ何十に近いか考えてみよう。

さらに、47と53両方が共に近い同じ数があればそれを優先に考えよう。

47、53はどちらも50も近い。

47＝50−3、53＝50+3　となるので、元の式に置き換えてみると、50と3の和と差の積だから、

2乗の差に展開出来る。50の2乗も3の2乗も計算は簡単！

$$\begin{aligned}47\times53&=(50-3)\times(50+3)\\&=50^2-3^2\end{aligned}$$

P29　問1

$x=78, y=38$ のとき、 $x^2-2xy+y^2$ の値を求めなさい。

展開、因数分解をたくさん解いていれば、 $x^2-2xy+y^2$ を見て、差の平方に因数分解出来るとピンときます。

$$\begin{aligned}&x^2-2xy+y^2\\&=(x-y)^2\end{aligned}$$

このように変形すれば、代入しても計算はひき算してからの2乗、しかも、ひくと40と、

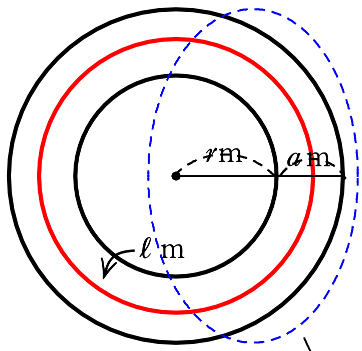
実質ひとケタの2乗なので、筆算不要です。 78^2 なんていう計算はしないでね！

P30　問2

右の図のような半径 r m の円形の土地の周囲に、幅 a m の道があります。

(1)　この道の真ん中を通る線の長さを ℓ m とするとき、ℓ を、r と a を使った式で表しなさい。

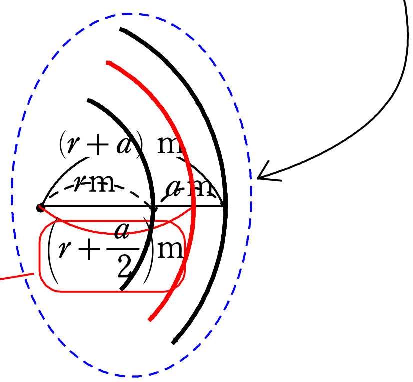
(2)　この道の面積を S m^2 とするとき、$S=a\ell$ となります。このことを証明しなさい。



〈例２〉の図形が正方形から円に変わっただけです。

(1)　この道の真ん中を通る線(赤い線）は

半径 $\left(r+\dfrac{a}{2}\right)$m の円の周の長さだから



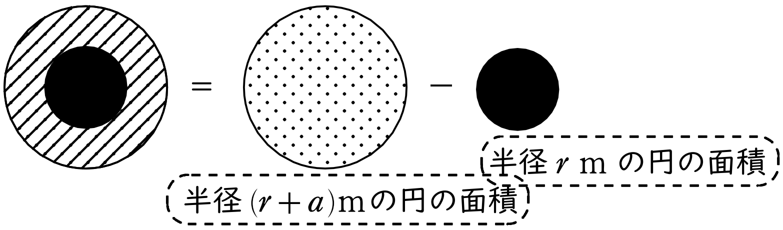
$\ell=$(直径)$\times\pi$

$\ell=2\times\left(r+\dfrac{a}{2}\right)\times\pi$

これを計算すればよい。

(2)　結論の 左辺 S と 右辺 $a\ell$ を それぞれ r と a を使って表す。

（左辺）＝ S ＝



（右辺）＝ $a\ell$ ＝・・（1）で作った式を代入する。