

1章 多項式

3節 式の計算の利用 教科書解答

p 29 たしかめ1

(1) $68^2 - 32^2$

$$= (68 + 32) \times (68 - 32)$$

$$= 100 \times 34$$

$$= 3400$$

(2) 98^2

$$= (100 - 2)^2$$

$$= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2$$

$$= 10000 - 400 + 4$$

$$= 9604$$

(3) 47×53

$$= (50 - 3) \times (50 + 3)$$

$$= 50^2 - 3^2$$

$$= 2500 - 9$$

$$= 2491$$

問1

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

$$= (78 - 38)^2$$

$$= 40^2$$

$$= 1600$$

p 30

問2

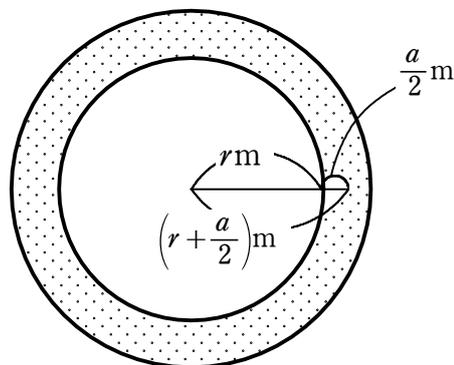
(1) 道の真ん中を通る線は円となり、

その円の半径は $(r + \frac{a}{2})$ m である。

したがってその周の長さは

$$\ell = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right)$$

$$= 2\pi r + \pi a$$



(2) 道の面積は次のように計算できる。 大きい円の面積から小さい円の面積を引いた

$$S = \pi(r + a)^2 - \pi r^2$$

$$= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2$$

$$= \pi r^2 + 2\pi ar + \pi a^2 - \pi r^2$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{1}$$

(1) の式の両辺に a をかけて

$$a\ell = a(2\pi r + \pi a)$$

$$= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{2}$$

①, ②より $S = a\ell$

① <計算>

$$1 \times 3 + 1 = 4$$

$$3 \times 5 + 1 = 16$$

$$5 \times 7 + 1 = 36$$

$$7 \times 9 + 1 = 64$$

<予想した性質>

(例) (1) 連続する2つの奇数の積に1を加えた数は4の倍数になる。

(2) 連続する2つの奇数の積に1を加えた数はその間の偶数を2乗した数になる。

② (1)

連続する2つの奇数は、整数 n を使って次のように表される。

$$2n + 1, 2n + 3$$

この2つの数の積に1を加えると

$$(2n + 1)(2n + 3) + 1$$

$$= 4n^2 + 8n + 3 + 1$$

$$= 4n^2 + 8n + 4$$

$$= 4(n^2 + 2n + 1)$$

$n^2 + 2n + 1$ は整数だから

$4(n^2 + 2n + 1)$ は4の倍数である。したがって

連続する2つの奇数の積に1を加えると4の倍数になる。

(2)

$$4(n^2 + 2n + 1)$$

$$= 2^2(n + 1)^2$$

$$= (2n + 2)^2$$

ここまで同じ

$2n + 2$ は $2n + 1$ の次の整数である。すなわち

$2n + 2$ は2つの奇数の間の偶数である。したがって

連続する2つの奇数の積に1を加えた数はその間の偶数の2乗した数になる

(2) はちょっと難しいです。。。

③ (1) と同様

- ④ ある数は $2n$ と表されたので偶数である。また、連続する2つの奇数を $2n-1$, $2n+1$ と表したため、 $2n$ はその間の数である。
したがって、ある数は連続した2つの奇数の間にある偶数。

⑤ ⑥割愛

⑦ 〈計算〉

(例) $2 \times 4 + 1 = 9$

$4 \times 6 + 1 = 25$

$6 \times 8 + 1 = 49$

などなど

〈予想した性質〉

(例) 連続した2つの偶数の積に1を加えた数はその連続した2つの偶数の間にある奇数の2乗になる。

〈証明〉

連続した2つの偶数は整数 n を使って次のように表される。

$$2n, 2n+2$$

この2つの数の積に1を加えると

$$\begin{aligned} 2n(2n+2)+1 &= 4n^2+4n+1 \\ &= (2n+1)^2 \end{aligned}$$

$2n+1$ は $2n$ と $2n+2$ の間にある奇数である。したがって、
連続した2つの偶数の積に1を加えた数は、その連続した偶数の間にある奇数の2乗になる。

p 33 章の問題A

1 (1) $(x-7)(x+6) = x^2 - x - 42$ (2) 右辺が因数の積で表されていないため

2 (1) $2a(a-2b)$
 $= 2a^2 - 4ab$

(2) $(6x^2 - 3x) \div (-3x)$
 $= (6x^2 - 3x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right)$
 $= -\frac{6x^2}{3x} + \frac{3x}{3x}$
 $= -2x + 1$

(3) $(3ab - 9b^2) \div \frac{3}{4}b$
 $= (3ab - 9b^2) \times \frac{4}{3b}$
 $= \frac{3ab \times 4}{3b} - \frac{9b^2 \times 4}{3b}$
 $= 4a - 12b$

(4) $5x(x-1) - x(4x+5)$
 $= 5x^2 - 5x - 4x^2 - 5x$
 $= x^2 - 10x$

3 (1) $(x+4)(x+5)$
 $= x^2 + 9x + 20$

(2) $(a+8)(a-4)$
 $= a^2 + 4a - 32$

(3) $(3a+1)^2$
 $= (3a)^2 + 2 \times 1 \times (3a) + 1^2$
 $= 9a^2 + 6a + 1$

(4) $(2x+7)(2x-7)$ (5) $(a-9b)(2a-7b)$ (6) $(-4a-b)^2$
 $= (2x)^2 - 7^2$ $= 2a^2 - 18ab - 7ab + 63b^2$ $= (-4a)^2 + 2 \times (-b) \times (-4a) + (-b)^2$
 $= 4x^2 - 49$ $= 2a^2 - 25ab + 63b^2$ $= 16a^2 + 8ab + b^2$

4 (1) $(a-3)^2 - (a+4)(a-4)$
 $= a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 16)$
 $= a^2 - 6a + 9 - a^2 + 16$
 $= -6a + 25$

(2) $(x+7)^2 - (x-6)(x-2)$
 $= x^2 + 14x + 49 - (x^2 - 8x + 12)$
 $= x^2 + 14x + 49 - x^2 + 8x - 12$
 $= 22x + 37$

5 (1) $4m^2n + 2mn$
 $= 2mn(2m+1)$

(2) $x^2 + 4x - 5$
 $= (x-1)(x+5)$

(3) $x^2 - 11x + 24$
 $= (x-3)(x-8)$

(4) $x^2 - 12x + 36$
 $= (x-6)^2$

(5) $3x^2 - 12x - 36$
 $= 3(x^2 - 4x - 12)$
 $= 3(x-6)(x+2)$

(6) $xy^2 - 9x$
 $= x(y^2 - 9)$
 $= x(y+3)(y-3)$

$$(7) 25x^2 - 9y^2$$

$$= (5x)^2 - (3y)^2$$

$$= (5x + 3y)(5x - 3y)$$

$$(8) x^2 - 18xy + 81y^2$$

$$= x^2 - 2 \times 9y \times x + (9y)^2$$

$$= (x - 9y)^2$$

6 <予想>

連続する2つの整数の大きい数の平方と小さい数の平方の差は奇数になる。

<証明>

連続する2つの整数の小さい数を整数 n を使って表すと
大きい数は次のように表すことができる。

$$n, n + 1$$

この2数の大きい数の平方と小さい数の平方の差は

$$\begin{aligned}(n + 1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1\end{aligned}$$

となる。 n は整数なので、 $2n + 1$ は奇数である。

したがって、連続する2つの整数の大きい数の平方と小さい数の平方の差は奇数になる。

p 34 章の問題B

1 (1) $x + y = A$ とおくと

$$(x + y - 1)(x + y + 6)$$

$$= (A - 1)(A + 6)$$

$$= A^2 + 5A - 6$$

$$= (x + y)^2 + 5(x + y) - 6$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 5x + 5y - 6$$

(2) $a + 2b = X$ とおくと

$$(a + 2b - 3)^2$$

$$= (X - 3)^2$$

$$= X^2 - 6X + 9$$

$$= (a + 2b)^2 - 6(a + 2b) + 9$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - 6a - 12b + 9$$

(3) $x + y = A$ とおくと

$$(x + y - 5)(x + y + 5)$$

$$= (A - 5)(A + 5)$$

$$= A^2 - 25$$

$$= (x + y)^2 - 25$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 25$$

(4) $(a + b - 1)(a - b + 1)$

$$= \{a + (b - 1)\}\{a - (b - 1)\}$$

$$b - 1 = X \text{ とおくと}$$

$$= (a + X)(a - X)$$

$$= a^2 - X^2$$

$$= a^2 - (b - 1)^2$$

$$= a^2 - (b^2 - 2b + 1)$$

$$= a^2 - b^2 + 2b - 1$$

$$\begin{aligned}
2 \quad (1) \quad & 2x(x+3)-(x+3)^2 \\
& x+3=A \text{ とおくと} \\
& 2x(x+3)-(x+3)^2 \\
& =2xA-A^2 \\
& =A(2x-A) \\
& =(x+3)\{2x-(x+3)\} \\
& =(x+3)(2x-x-3) \\
& =(x+3)(x-3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad & (x-1)^2+4(x-1)-12 \\
& x-1=A \text{ とおくと} \\
& (x-1)^2+4(x-1)-12 \\
& =A^2+4A-12 \\
& =(A-2)(A+6) \\
& =\{(x-1)-2\}\{(x-1)+6\} \\
& =(x-3)(x+5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(3) \quad & a^2-4a+4-b^2 \\
& =(a^2-4a+4)-b^2 \\
& =(a-2)^2-b^2 \\
& a-2=X \text{ とおくと} \\
& (a-2)^2-b^2 \\
& =X^2-b^2 \\
& =(X-b)(X+b) \\
& =\{(a-2)-b\}\{(a-2)+b\} \\
& =(a-b-2)(a+b-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad & xy-y-2x+2 \\
& =(xy-y)-(2x-2) \\
& =y(x-1)-2(x-1) \\
& x-1=A \text{ とおくと} \\
& y(x-1)-2(x-1) \\
& =yA-2A \\
& =A(y-2) \\
& =(x-1)(y-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3 \quad (1) \quad & 4.03 \times 3.97 \\
& =(4+0.03) \times (4-0.03) \\
& =4^2-0.03^2 \\
& =16-0.0009 \\
& =15.9991
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) \quad & 5.5^2 \times 3.14 - 4.5^2 \times 3.14 \\
& =(5.5^2 - 4.5^2) \times 3.14 \\
& =(5.5 + 4.5)(5.5 - 4.5) \times 3.14 \\
& =10 \times 1 \times 3.14 \\
& =31.4
\end{aligned}$$

4

連続する3つの自然数は、中央の自然数を n とすると次のように表される。

$$n-1, n, n+1$$

この3数をそれぞれ2乗した数の和は

$$\begin{aligned}
(n-1)^2+n^2+(n+1)^2 & =n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1 \\
& =3n^2+2
\end{aligned}$$

と表される。この数を3でわったときの余りは2である。